Quelle : BStU / Deutschland

DELTA, FEAL, LAMBDA, HORIZONT, SAM

Abteilung 2 Berlin, 3. September 1990

G r u n d s ä t z e
für die Entwicklung einer neuen Chiffrieralgorithmenklasse

1. Es sind Algorithmen bzw. Algorithmenklasse für Staatsgeheimnisse (Geheimhaltungsstufe Geheim) zu entwickeln.

2. Ein breites Einsatzspektrum ist anzustreben. Damit sin die Algorithmen der Klasse so zu gestalten, daß sich für eventuelle Dekryptierangriffe praktisch verwertbare Informationen nicht auf Bereiche auswirken können, in denen andere Algorithmen der Klasse eingesetzt sind (Einbau vom LZS)

3. Zu entwickeln ist ein 64-Bit Blockchiffrieralgorithmus gemäß ISO 8372. Damit sind Schnittstellen und Betriebsarten vom Grundsatz her definiert.

4. Für die Entwicklung des Blockchiffrieralgorithmus sind die bewährten Forderungen für solche Algorithmen, (vgl. DES Konstruktionsprinzip) wie Confusion, Diffusion, Ähnlichkeit von Chiffrierung und Dechiffrierung einzuhalten.

5. Die perfekte Sicherheit im Sinne von Shannon muß nach einer gewissen Mindestanzahl von Runden erreicht werden, wenn ein on linie Schlüssel zur Anwendung kommt.

6. Der Algorithmus muß sowohl für Softwarerealisierung in Universalrechnern als auch für Spezialgeräte (Hardware, Software und Kombinationen) günstig realisierbar sein.

7. Bzgl. Speicherplatz und Zeitverhalten müssen ähnliche Werte erreicht werden wie mit dem FEAL Algorithmus oder dem von Massey zu EUROCRYPT 90 vorgeschlagenen Algorithmus.

Es gelingt nicht klare Geschwindigkeitsanforderungen zu formulieren da diese immer von der Hardware abhängig sind.

gewisse Schallgrenzen liegen bei

9,6 Kb/s
19,2 Kb/s
48,0 Kb/s
64,0 Kb/s (ISDN Kanal)

Quellen

- ISO 8372 First edition 1987 - 08 - 15
Information processing - Modes of operations for a 64-bit block cipher algorithmus

- Kongressmaterial EUROCRYPT 90

Quelle : BStU / Deutschland

- Fumy, Rieß Kryptographie, R. Oldenbourg Verlag 1988

LAMBDA 64bit Blockchiffrierung

BESCHREIBUNG LAMBDA1 vom 04.04.1990

1. Einleitung

Der hier beschriebene Algorithmus LAMBDA1 kann in den standardisierten Arbeitsmoden für 64 - Bit -Blockchiffrieralgorithmen gemäß ISO 8372 angewandt werden.
Mit der LAMBDA1 Beschreibung erfolgen zugleich verbindliche Vorgaben für weitere Darstellungsvarianten des Algorithmus.

LAMBDA1 wurde aus dem DATA Encryption Standard DES abgeleitet. Folgende Änderungen wurden vorgenommen:
- Vergrößerung der effektiven Schlüssellänge von 56 Bit auf 256 Bit;
- Änderung der Art und Weise der Schlüsselfolgenerzeugung;
- Addition zweier Schlüsselvektoren nach 8 Verarbeitungszyklen;
- Änderung der Anfangspermutation IP.

Zur Anpassung an vorgesehene Realisierungen wurden gegenüber der DES-Beschreibung eine leicht modifizierte Darstellung gewählt.

2. DEFINITIONEN

2.1. Bezeichnungen

Es sei $V_m =: \{0,1\}^m$, $m \in N$, die Menge aller m-Tupel von Elementen aus {0,1}. Die Komponentenschreibweise für $X \in V_m$:
$(X(1), X(2), \ldots, X(m))$.

Operationen über V_m:

$\oplus: V_m \times V_m \to V_m \quad \forall (X, Y, Z) \in V^3_m:$

$$X \oplus Y = Z \Leftrightarrow \forall\, j \in 1,m: X(j)+Y(j) \equiv Z(j) \pmod 2.$$

$: V_m \times V_m \to V_m \quad \forall (X, Y, Z) \in V^3_m:$

$$X \quad Y = Z \Leftrightarrow X(1)\cdot 2^{m-1}+X(2)\cdot 2^{m-2}+ \ldots +X(m)\cdot 2^0 + Y(1)\cdot 2^{m-1}+Y(2)\cdot 2^{m-2}+ \ldots +Y(m)\cdot 2^0 \equiv Z(1)\cdot 2^{m-1}+Z(2)\cdot 2^{m-2}+ \ldots +Z(m)\cdot 2^0 \pmod{2^m}.$$

$: V_m \times V_m \to V_m \quad \forall (X, Y, Z) \in V^3_m:$

$$X \quad Y = Z \quad X = Z \quad Y.$$

Es gilt: $\forall (X,Y) \in V^2_m$:

$$X \quad Y = X \quad (0,0,\ldots,0,1) \quad (Y \oplus (1,1,\ldots,1)). \quad (*)$$

(Im folgenden wird das jeweilige m aus dem Kontext ableitbar sein.)

Abbildungen:

$E: V_{32} \to V_{48} \quad \forall X \in V_{32}:$
E(X(1),X(2),...X(32)) =: (X(32),X(1),X(2),X(3),X(4),X(5),X(4),
X(5),X(6),X(7),X(8),X(9),X(8),X(9),X(10),X(11),X(12),X(13),
X(12),X(13),X(14),X(15),X(16),X(17),X(16),X(17),X(18),X(19),
X(20),X(21),X(20),X(21),X(22),X(23),X(24),X(25),X(24),X(25),
X(26),X(27),X(28),X(29),X(28),X(29),X(30),X(31),X(32),X(1)).

$T: V_{48} \to V_{48} \quad \forall X \in V_{48}:$
T(X(1),X(2),...,X(48)) =: (X(48),X(1),X(2),...,X(47)).

Quelle : BStU / Deutschland

$S=S(S_1,S_2,...,S_8)$: $V_{48} \rightarrow V_{32}$ wobei $\forall$ j $\in$ 1,8: S_j: $V_6 \rightarrow V_4$.

Für beliebige X= X(1),X(2),...,X(6)) $\in V_6$,
Y= (Y(1),Y(2),Y(3),Y(4)) $\in V_4$ und J $\in$ 1,8

gilt $S_j(X)$ = Y genau dann, wenn in der j-ten Tabelle in der Ziele Nr. X(1)2 + X(6) + 1 und in der Spalte Nr.

X(2)8 + X(3)4 + X(4)2 + X(5) + 1 der Wert
Y(1)8 + Y(2)4 + Y(3)2 + Y(4) steht:

S_1

14	1	13	1	2	15	11	8	3	10	6	12	5	9	0	7
0	15	7	4	14	2	13	1	10	6	12	11	9	5	3	8
4	1	14	8	13	6	2	11	15	12	9	7	3	10	5	0

S_2

15	1	8	14	6	11	3	4	9	7	2	13	12	0	5	10
3	13	4	7	15	2	8	14	12	0	1	10	6	9	11	5
0	14	7	11	10	4	13	1	5	8	12	6	9	3	2	15
13	8	10	1	3	15	4	2	11	6	7	12	0	5	14	9

S_3

10	0	9	14	6	3	15	5	1	13	12	7	11	4	2	8
13	7	0	9	3	4	6	10	2	8	5	14	12	11	15	1
13	6	4	9	3	15	3	0	11	1	2	12	5	10	14	7
1	10	13	0	6	9	8	7	4	15	14	3	11	5	2	12

S_4

7	13	14	3	0	6	9	10	1	2	8	5	11	12	4	15
13	8	11	5	6	15	0	3	4	7	2	12	1	10	14	9
10	6	9	0	12	11	7	13	15	1	3	14	5	2	8	4
3	15	0	6	10	1	13	8	9	4	5	11	12	7	2	14

S_5

2	12	4	1	7	10	11	6	8	5	3	15	13	0	14	9
14	11	2	12	4	7	13	1	5	0	15	10	3	9	8	6
4	2	1	11	10	13	7	8	15	9	12	5	6	3	0	14
11	8	12	7	1	14	2	13	6	15	0	9	10	4	5	3

S_6

12	1	10	15	9	2	6	8	0	13	3	4	14	7	5	11
10	15	4	2	7	12	9	5	6	1	13	14	0	11	3	8
9	14	15	5	2	8	12	3	7	0	4	10	1	13	11	6
4	3	2	12	9	5	15	10	11	14	1	7	6	0	8	13

S_7

4	1	2	14	15	0	8	13	3	12	9	7	5	10	6	1
13	0	11	7	4	9	1	10	14	3	5	12	2	15	8	6
1	4	11	13	12	3	7	14	10	15	6	8	0	5	9	2
6	11	13	8	1	4	10	7	9	5	0	15	14	2	3	12

S_8

13	2	8	4	6	15	11	1	10	9	3	14	5	0	12	7
1	15	13	8	10	3	7	4	12	5	6	11	0	14	9	2
7	11	4	1	9	12	14	2	0	6	10	13	15	3	5	8
2	1	14	7	4	10	8	13	15	12	9	0	3	5	6	11

2.2. Abbildung G

G: V_{32} x $V_{48} \rightarrow V_{32}$ ist für eine gegebene Permutation

P: 1,32→1,32 folgendermaßen definiert:

$\forall$ (X,Z) $\in V^2_{32}$ $\forall$ Y $\in V_{48}$: G(X,Y) = Z genau dann, wenn
Z = S(Y$\oplus$E(X(P(1)),X(P(2));...,X(P(32)))).

Vorläufige Variante für P:

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
P(j)	16	7	20	21	29	12	28	17	1	15	23	26	5	18	31	10

j	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
P(j)	2	8	24	14	32	27	3	9	19	13	30	6	22	11	4	25

Bemerkung: Die Abbildung G unterscheidet sich in ihrer Wirkungsweise von der Abbildung f der DES-Beschreibung.
(Anwendung von P an anderer Stelle).

2.3. Schlüssel

B = (B(1),B(2),...,B(256)) $\in V_{256}$ sei der verwendete Schlüssel.
Daraus werden die folgenden Vektoren gebildet:

K_1=: (B(1),B(2),...,B(48)) $\in V_{48}$
K_2=: (B(49),B(50),...,B(96)) $\in V_{48}$
K_3=: (B(97),B(98),...,B(144)) $\in V_{48}$
K_4=: (B(145),B(146),...,B(192)) $\in V_{48}$
$\forall$ j $\in$ 5,12: K_j =: $T^{11}(K_{j-4})$
$\forall$ j $\in$ 13,16: K_j =: $T^{11}(K_{25-j})$
K_{17}=: (B(193),B(194),...,B(224)) $\in V_{32}$
K_{18}=: (B(225),B(226),...,B(256)) $\in V_{32}$.

2.4. Die Folge (L_j,R_j), j=0,1,2,...,16

Für gegebene $(L_0,R_0) \in V^2_{32}$ wird definiert:
$\forall$ j $\in$ 1,16: $L_j \in V_{32} \wedge R_j \in V_{32}$

$$\forall j \in 1,16: \begin{cases} (L_j,R_j) =: (R_{j-1},L_{j-1} \oplus G(R_{j-1},K_j)) & j \in \{8,16\} \\ (L_8,R_8) =: (R_7 \quad K_{17},(L_7 \oplus G(R_7,K_8)) \quad K_{18}) \\ (L_{16},R_{16}) =: (L_{15} \oplus G(R_{15},K_{16}),R_{15}). \end{cases}$$

2.5. Die Gesamtabbildung und deren Umkehrung

Es sei A = A(1),A(2),...,A(64)) $\in V_{64}$ ein umzuformender 64-Bit-Block. Im Ergebnis der Gesamtabbildung entsteht daraus der 64-Bit-Block C = (C(1),C(2),...,C(64)) $\in V_{64}$.
Es sei (L_0,R_0) =: A.
Bilden $(L_j,R_j$ für J=1,2,...,16 gemäß 2.4.
Dann ist C = (L_{16},R_{16}).
Umkehrung: Es sei C = (C(1),C(2),...,C(64)) $\in V_{64}$ gegeben.
Bilden (L'_0,R'_0) =: C und
$\forall$ j $\in$ 1,16: K'_j =: K_{17-j}
K'_{17}=: (0,0,...,0) K_{18}=$^{(*)}$(0,0,...,0,1) $(K_{18} \oplus (1,1,...,1))$
K'_{18}=: (0,0,...,0) K_{17}=$^{(*)}$(0,0,...,0,1) $(K_{17} \oplus (1,1,...,1))$.

Berechnen analog zu 2.4.:

$$\forall j \in 1,16: \begin{cases} (L'_j,R'_j) =: (R'_{j-1},L'_{j-1} \oplus G(R'_{j-1},K'_j)) & j \in \{8,16\} \\ (L'_8,R'_8) =: (R'_7 \quad K'_{17},(L'_7 \oplus G(R'_7,K'_8)) \quad K'_{18}) \\ (L'_{16},R'_{16}) =: (L'_{15} \oplus G(R'_{15},K'_{16}),R'_{15}). \end{cases}$$

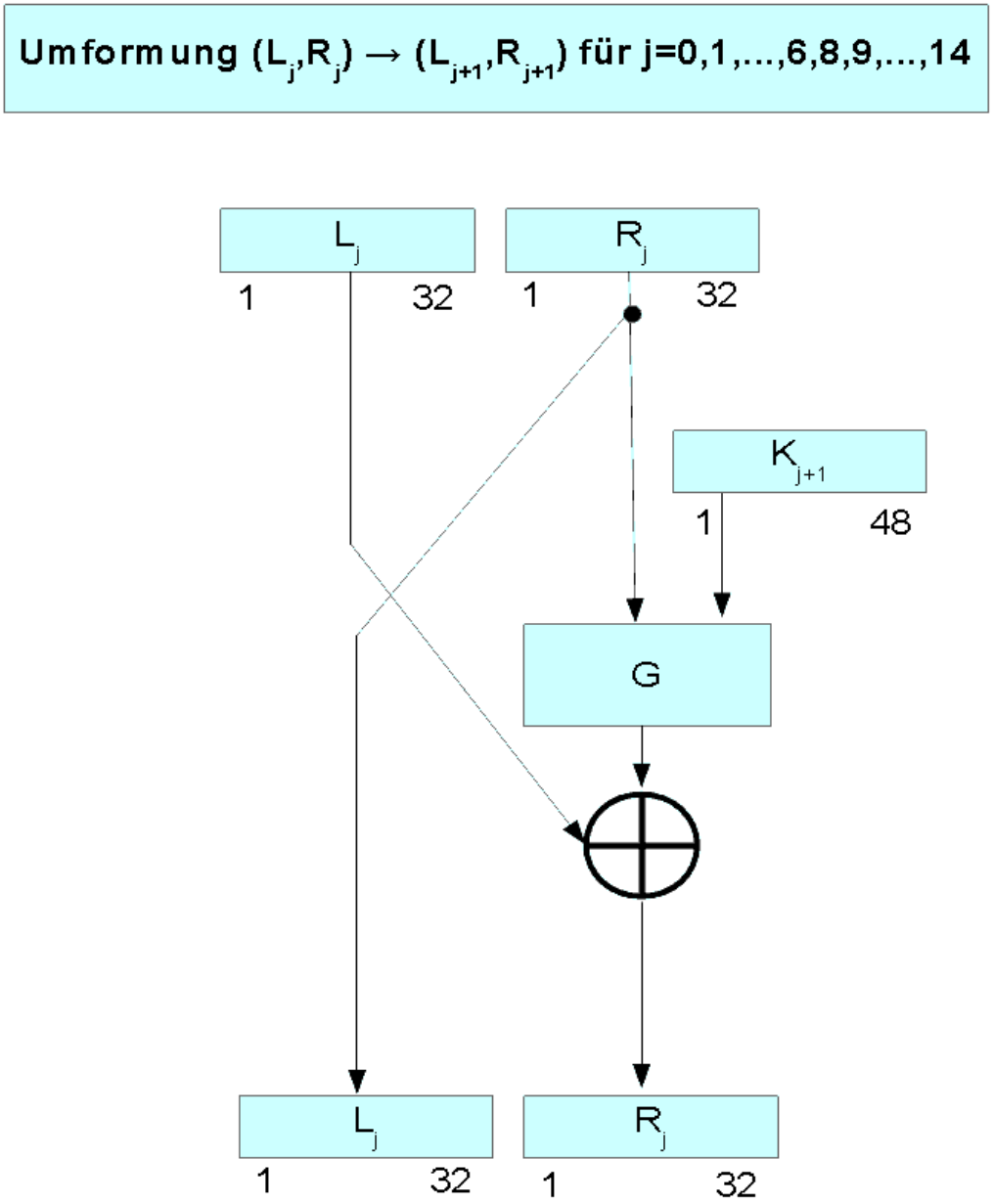
Dann erhalten wir A = (L'_{16},R'_{16}).

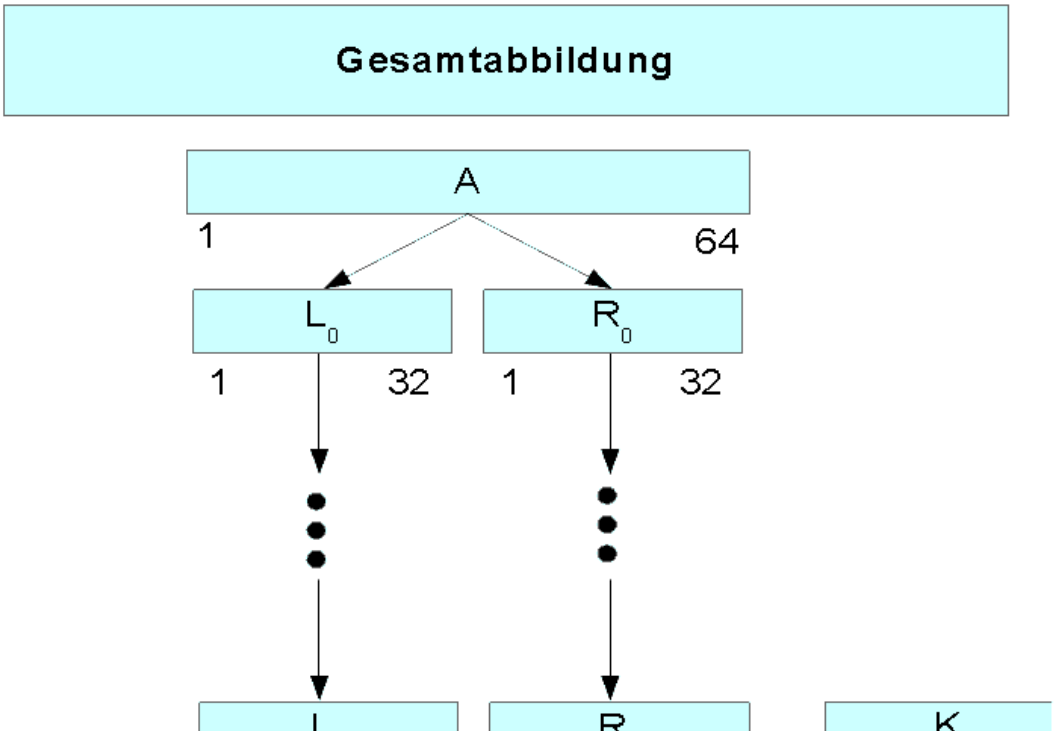
Quelle : BStU / Deutschland

3. Skizzen

Die Skizzen sind kein Bestandteil der Definition.
Sie sollen lediglich den Ablauf der Umformungen veranschaulichen

Quelle : BStU / Deutschland





Quelle : BStU / Deutschland

I. Verallgemeinerung der DES-like function für LAMBDA1

I.1. Allgemeine Bezeichnungen und Definitionen

a) V_n - Vektorraum der Dimension n über GF(2)

b) S_x - Gruppe aller Permutationen über eine Menge X

c) A_x - Gruppe aller geraden Permutationen über eine Menge X (alternierende Gruppe)

d) k-Funktion auf V_n

Sei $\{i_j\}_{j=1}^{k+1} \subseteq 1,n$, $f: V_k \to V_1$

Eine Funktion ς folgender Gestalt

$(a_1,...,a_{ik+1},..,a_n)\ \varsigma =$
$= (a_1,...,a_{ik+1} \oplus f(aa_1,...,a_{ik}),...,a_n)$

heißt k-Funktion.

Bemerkung: $\varsigma^2 = I$ (I-Identität).

e) $G_{k,n}$: Mit $G_{k,n}$ bezeichnet wir die Gruppe von Abbildungen, die durch die Menge der k-Funktion erzeugt wird.

f) DES-like functions:
Sie $f : V_n \to V_n$, $(X,Y) \in V^2_n$
Eine Funktion δ_f folgender Gestalt

$(X,Y)\delta_f = (Y, X \oplus f(Y))$

heißt DES-like function.
Bemerkung: δ_f kann auch wie folgt dargestellt werden: $\delta_f = \varsigma_f \bullet \Theta$, wobei

$(X,Y)\Theta = (Y,X)$,
$(X,Y)\varsigma_f = (X \oplus f(Y), Y)$.

Es gilt: $\Theta^2 = I$, $\varsigma^2_f = I$.

g) DES_{2^n}: Mit DES_{2^n} bezeichnen wir die Gruppe von Abbildungen, die durch die Menge der DES-like functions erzeugt wird.

h) 2-restricted DES-like function
Sei $z \in V_n$. Seien i, j_1, j_2 drei paarweise verschiedene natürlich Zahlen aus 1,n. Sie $g : V_2 \to V_1$.
Sie $f : V_n \to V_n$ eine Funktion folgender Gestalt

$f(z) = (0,...,0,g(z_{j1,j2}),0,...,0)$.
$\quad\quad |--\Downarrow--|\quad i \quad |--\Downarrow--|$
$\quad\quad\ i-1 \quad\quad\quad\ n-i$

Dann heißt δ 2-restricted DES-like function.

ex

i) Abbildung ς :

$\varsigma^{ex}_{i,j}$

Sei die Permutation $\varsigma^{ex}_{i,j} : V_{2n} \rightarrow V_{2n}$
wie folgt definiert:

$(a_1,...,a_j, ..., a_{2n}\ \varsigma^{ex}_{i,j} = (a_1,...,a_j,...,a_i,...,a_{2n}),$

wobei $(i,j) \in 1,2n$.
(Vertauschung der Bit i und j).

I.2. Resultate von EVEN, GOLDREICH für den DES

Lemma 1: $\forall_n > 1$: Θ ist eine gerade Permutation.

Lemma 2: $\forall_n > 1$, $\forall f: V_n \rightarrow V_n$:
ς_f ist nie eine gerade Permutation.

Beweis: siehe Artikel von EVEN, GOLDREICH.

Folgerung 1: $\forall_n > 1$, $\forall f: V_n \rightarrow V_n$:
δ_f ist eine gerade Permutation.

Folgerung 2: $DES_{2n} \subset A_{V_{2n}}$ (I)

Lemma 3: $\forall\ i \in 1,n$; $\forall\ j \in n+1,2n$:
$\varsigma_{i,h}^{ex}$ kann als eine Folge von 2 restricted DES-like functions dargestellt werden.

Lemma 4: $\forall$ >1: Jede 2-Funktion auf V_{2n} kann als eine Folge von 2-restricted DES-like functions dargestellt werden.

Beweis: siehe Artikel.

Forderung 3: $\forall_n 1$: Die Gruppe der Permutationen, die durch die 2-restricted DES-like functions erzeugt wird, fällt mit $G_{2,2n}$ zusammen.
Da die Menge der 2-restricted DES-like functions eine Untermenge der DES-like functions ist, folgt

Forderung 4: $G_{2,2n} \subset DES_{2n}$ (II)

Satz 1: (COPPERSMITH, GROSSMAN)
$\forall_n \geq 4$, $2 \leq k \leq n-2$: $G_{k,n} = A_{Vn}$. (III)

Beweis: siehe Artikel von COPPERSMITH, GROSSMAN
Aus (I), (II) und (III) folgt das gesuchte Resultat.

Satz 2: $\forall_n > 1$: $DES_{2n} = A_{V_{2n}}$

I.3. Resultate für LAMBDA1

I.3.1. Bezeichnungen/Definitionen

a) $h_{c_1 c_2}$-Funktion
Sie $\forall (x,y,c_1,c_2) \in V^4_n$ die Funktion
h_{c_1,c_2} wie folgt definiert:

$(x,y)h_{c_1c_2} = (x\ \ c_1, y\ \ c_2)$.

b) LAMBDA-like functions

Sei δ_f eine DES-like function.
Sie $(c_1,c_2) \in V^2{}_n$.
Mit LAMBDA-like functions bezeichnen wir die Funktionen

$\gamma^f{}_{c_1,c_2} = \delta_f \circ h_{c_1,c_2}$, d. h.
$(x,y)\gamma^f{}_{c_1,c_2} = (y\ \ c_1(x \oplus f(y))\ \ c_2)$.

c) $LAMBDA_{2n}$:

Mit $LAMBDA_{2n}$ bezeichnen wir die Gruppe von Abbildungen, die durch die Menge der LAMBDA-like functions erzeugt wird.

I.3.2. Resultate

Lemma 5: $\forall (c_1,c_2) \in V^2{}_n$, $\forall_n > 1$:
h_{c_1,c_2} ist eine gerade Permutation.

Beweis:
Wir stellen h_{c_1,c_2} als Hinteranderausfüllung vor vier Permutationen dar:

$h_{c_1,c_2} = h_{c_1} \circ \Theta \circ h_{c_2} \circ \Theta$, wobei
$(x,y)h_{c_1} = (x\ \ c_1, y)$.

Nach Lemma 1 ist Θ für alle $n>1$ eine gerade Permutation.
Die Abbildung h_{c_1} ist aber ebenfalls eine gerade Permutation (siehe Anhang, Lemma I für

$f(x) = x\ \ h_{c_1,c_2} = const$)

Folgerung 5: $\forall f: V_n \to V_n$, $\forall (c_1,c_2) \in V^2{}_n$:
$\gamma^f{}_{c_1,c_2}$ ist eine gerade Permutation.

Folgerung 6: $LAMBDA_{2n} \subset A_{V2n}$. (IV)

Andererseits gilt: Die Menge aller DES-like functions ist eine Untermenge der Menge aller LAMBDA-like functions.
Für $c_1,c_2 \equiv 0$ fallen beide Mengen zusammen.

Folglich: $DES_{2n} \subset LAMBDA_{2n}$. (V)

Vermittels Satz 2, (IC) und (V) erhalten wir das Hauptresultat

Satz 3: $\forall_n > 1$: $LAMBDA_{2n} = A_{V2n}$

IV. Untersuchungen zu schwachen und Semischwachen Schlüsseln für LAMBDA1

IV.1. Allgemeine Bezeichnungen

Sei B=: $(B(1),...,B(256)) \in V_{256}$ der verwendete Schlüssel.
Daraus werden folgende Vektoren (Rundenschlüssel) gebildet:

K_1=: $(B(1),...B(48)) \in V_{48}$,
K_2=: $(B(49),...B(96)) \in V_{48}$,
K_3=: $(B(97),...B(144)) \in V_{48}$,

Quelle : BStU / Deutschland

K_4=: (B(145),...B(192)) ∈ V_{48},
∀j ∈ 5,12: K_j=: $T^{11}(K_{j-4})$,
∀j ∈ 13,16: K_j=: $T^{11}(K_{25-j})$,
K_{17}=: (B(193),...B(224)) ∈ V_{32},
K_{18}=: (B(225),...B(256)) ∈ V_{32}.

Mit E(B,X) bezeichnen wir die Chiffrierabbildung LAMBDA1
mit den Schlüssel B für den Klartextvektor X ∈ V_{64}.
Analog sei D(B,X) die entsprechende Dechiffrierabbildung.

Laut def. soll X = D(B,E(B,X)) gelten (1)
Für gegebene (L_0, R_0) ∈ V^2_{32} wird die
Chiffrierabbildung E(B,(L_0,R_0) wie folgt definiert:

(L_{16},R_{16}) =: E(B,(L_0,R_0)),
∀$_j$ ∈1,16: (L_j,R_j) ∈ V^2_{32},

$$\forall_j \in 1,16: \begin{cases} (L_j,R_j) =: (R_{j-1},L_{j-1} \oplus G(R_{j-1},K_j)), j \in \{8,16\}, \\ (L_8,R_8) =: (R_7 \quad K_{17},(L_7 \oplus G(R_7,K_8)) \quad K_{18}), \\ (L_{16},R_{16}) =: (L_{15} \oplus G(R_{15},K_{16}),R_{15}). \end{cases}$$

Für gegebene (L'_0,R'_0)∈V^2_{32} wird die Dechiffrierabbildung

D(B,(L'_0,R'_0)) wie folgt definiert:
(L'_{16},R'_{16}) =: D(B,(L'_0,R'_0)),

$$\forall_j \in 1,16: \begin{cases} (L'_j,R'_j) =: (R'_{j-1},L'_{j-1} \oplus G(R'_{j-1},K'_j)), j \in \{8,16\}, \\ (L'_8,R'_8) =: (R'_7 \quad K'_{17},(L'_7 \oplus G(R'_7,K'_8)) \quad K'_{18}), \\ (L'_{16},R'_{16}) =: (L'_{15} \oplus G(R'_{15},K'_{16}),R'_{15}). \end{cases}$$

Dabei sei ∀$_j$1,16: K'_j = K_{17-j},
K'_{17} = O K_{18},
K'_{18} = O K_{17}.

G sei eine Abbildung: G:V_{32}X V_{48} → V_{32}.

Setzen wir (L'_0,R'_0) = (L_{16},R_{16}), ist dann in der Tat(1) erfüllt.
Wir führen weiter noch folgende Bezeichnungen ein:

Sei 0_n(0,..,0) ∈ V_n der Nullvektor und
1_n = (1,...,1) ∈ V_n der Einsvektor aus dem Vektorraum V_n.

IV.2. Schwache Schlüssel

Definition 1:

Ein Schlüssel B heißt schwacher Schlüssel, genau dann,
wenn ∀X ∈ V_{64}: D(B,X) = E(B,X).

Folgerung 1:
Für einen schwachen Schlüssel B gilt:

∀X ∈ V_{64}: E(B,E(B,X)) = X.

Beweis:
Sei X ∈ V_{64}, beliebig, aber fixiert.

Sei g = E(B,X), laut Definition: X = D(B,g).

Wegen D(B,X) = E(B,X), ∀ X ∈ V_{64},
folgt dann:

Quelle : BStU / Deutschland

$\forall X \in V_{64}$: $X = D(B,g) = E(B,g) = E(B,E(B,X))$.

Satz 1:
Sei B derart, daß

'$\forall i \in 1,16$: $K_i=K_{17-i}$, und K_{17} K_{18}: $= 0_{32}$.

Dann ist B ein schwacher Schlüssel.

Beweis: Offensichtlich $\forall i \in 1,16$: $K_i=K_{17-i}=K'_{17-i}$.
$\Rightarrow \forall i \in 1,16$: $K_i=K'_i$ und $K'=0_{32}$ K_{18}, $K'_{18}=0_{32}$ K_{17}.
Sei $(L_0,R_0) = (L'_0,R'_0) \in V^2_{32}$, beliebig.
Dann gilt laut Definition:

$(L_1,R_1) = (R_0,L_0 \oplus G(R_0,K_1)) = (R'_0,L'_0 \oplus G(R'_0,K'_1)) = (L'_1,R'_1)$
.
.
.
$(L_7,R_7) = (R_6,L_7 \oplus G(R_6,K_7)) = (R'_6,L'_6 \oplus G(R'_6,K'_7)) = (L'_7,R'_7)$
$(L_8,R_8) = (R_6\ K_{17},(L_7 \oplus G(R_7,K_8))\ K_{18}) = (R_7\ K_{18},(L_7 \oplus G(R_7,K_8))\ K_{17}) =$
$= (R'_7\ K'_{17},(L'_7 \oplus G(R'_7,K'_8))\ K'_{18}) = (L'_8,R'_8)$
.
.
.
$(L_{16},R_{16}) = (L_{15} \oplus G(R_{15}K_{16}),R_{15}) = (L'_{15} \oplus G(R'_{15},K'_{16}),R'_{15}) = (L'_{16},R'_{16})$.

Da $(L_0,R_0) \in V^2_{32}$ beliebig gewählt werden kann, folgt sofort
$\forall X \in V_{64}$: $D(B,X) = E(B,X)$ und damit die Behauptung des Satzes.

Definition 2: Alle schwachen Schlüssel $B \in V_{256}$, die den Bedingungen von Satz 1 genügen, nennen wir schwache Schlüssel mit palindromischer Struktur.

Satz 2: Es gibt genau 2^{34} schwache Schlüssel mit palindromischer Struktur

Beweis: Wir betrachten zunächst die Bedingung
$\forall i \in 1,16$: $K_i=K_{17-i}$.
Mit den Formeln für die Schlüsselgenerierung erhalten wir

$K_1 = K_{16} = T^{33}K_1$
$K_2 = K_{15} = T^{33}K_2$
$K_3 = K_{14} = T^{33}K_3$
$K_4 = K_{13} = T^{33}K_4$
$T^{11}K_1 = K_5 = K_{12} = T^{22}K_4$
$T^{11}K_2 = K_6 = K_{11} = T^{22}K_3$
$T^{11}K_3 = K_7 = K_{10} = T^{22}K_2$
$T^{11}K_4 = K_8 = K_9 = T^{22}K_1$
$T^{22}K_1 = K_9 = K_8 = T^{22}K_4$
$T^{22}K_2 = K_{10} = K_7 = T^{22}K_3$
$T^{22}K_3 = K_{11} = K_6 = T^{22}K_2$
$T^{22}K_4 = K_{12} = K_5 = T^{22}K_1$
$T^{33}K_4 = K_{13} = K_4$
$T^{33}K_3 = K_{14} = K_3$
$T^{33}K_2 = K_{15} = K_2$
$T^{33}K_1 = K_{16} = K_1$.

Wie man leicht sieht, sind die letzten acht Gleichungen identisch zu den ersten acht. Aus letzteren erhalten wir:

a) $K_1 = T^{33}K_1$ e) $T^{11}K_1 = T^{22}K_4$
b) $K_2 = T^{33}K_2$ f) $T^{11}K_2 = T^{22}K_3$
c) $K_3 = T^{33}K_3$ g) $T^{11}K_3 = T^{22}K_2$
d) $K_4 = T^{33}K_4$ h) $T^{11}K_4 = T^{22}K_1$.

Aus e) und h) folgt sofort: (Man beachte: $T^{48} = I$)

$$\left.\begin{array}{l} K_1 = T^{11}K_4 \\ K_1 = T^{-11}K_4 \end{array}\right\} K_4 = T^{22}K_4$$

Andererseits

$$\left.\begin{array}{l} K_4 = T^{-11}K_1 \\ K_4 = T^{11}K_1 \end{array}\right\} K_1 = T^{22}K_1.$$

Analoge Gleichungen erhält man vermittels f) und g)
auch für K_2, K_3.
Unter Beachtung von a) - d) folgt daraus die notwendige
Bedingung:

$\forall i \in 1,4: K_i = T^{22}K_i = T^{33}K_i$
$\Rightarrow \forall i \in 1,4: K_i = T^{11}K_i$
$\Rightarrow \forall i \in 1,4: K_i = 0_{48}$ oder
$K_i = 1_{48}$.

Unter Beachtung von e) - h) folgen dann genau vier Möglich-
keiten für die Wahl von $K_1,\ldots,K_4$:

i / No.	K_1	K_2	K_3	K_4
1	0_{48}	0_{48}	0_{48}	0_{48}
2	0_{48}	1_{48}	1_{48}	0_{48}
3	1_{48}	0_{48}	0_{48}	1_{48}
4	1_{48}	1_{48}	1_{48}	1_{48}

Sei nun $K_{17} \in V_{32}$ beliebig, aber fest.
Aus der Bedingung K_{17} $K_{18} = 0$, folgt
dann sofort der Wert für K_{18}.
Damit gibt es genau 2^{32} Möglichkeiten für die Wahl von
K_{17} und K_{18}.
Damit erhalten wir genau $4 \cdot 2^{32} = 2^{34}$ schwache
Schlüssel mit Palindromstruktur.

Frage: Gibt es auch schwache Schlüssel mit komplizierter Struktur?

IV.3. Semischwache Schlüssel

Definition 3: Ein Schlüssel B heißt semischwacher Schlüssel,
genau dann wenn

$J\ B^* \in V_{256}$, so daß
$\forall X \in V_{64}: D(B,X) = E(B^*,X)$.

Folgerung 2: Sei B ein semischwacher Schlüssel.
Dann gilt $\forall X \in V_{64}$:

1) $D(B^*,X) = E(B,X)$
(d. h. B^* ist ebenfalls ein semischwacher Schlüssel.)

2) $X = E(B^*,E(B,X))$.

Beweis:

1) Es gilt $\forall X \in V_{64}$: $E(B^*,X) = D(B,X)$
$\Rightarrow \forall X \in V_{64}$ $X = D(B^*,E(B^*,X)) = D(B^*,D(B,X))$.
Andererseits
$\Rightarrow \forall X \in V_{64}$ $X = E(B,D(B,X)) = E(B,E(B^*,X))$.
$\Rightarrow \forall X \in V_{64}$ $D(B^*,D(B,X)) = E(B,E(B^*,X))$.
Sei $g = D(B,X) = E(B^*,X)$.

Aufgrund der Eineindeutigkeit der Chiffrenabbildungen
folgt dann:

$\forall g \in V_{64}$: $D(B^*,g) = E(B,g)$.

2) Sei $\forall X \in V_{64}$: $D(B^*,X) = E(B,X)$.
$\Rightarrow \forall X \in V_{64}$: $X = E(B^*,D(B^*,X)) = E(B^*,E(B,X))$.

Satz 3: Seien $(B,B^*) \in V^2_{64}$ derart, daß

$\forall i \in 1,16$: $K_i = K^*_{17-i}$
und $K_{17} = 0_{32} \; K^*_{18}$,
$K_{18} = 0_{32} \; K^*_{17}$,

Dann sind B und B* semischwache Schlüssel.

Beweis: Der Beweis verläuft analog dem Beweis von Satz 1.
Offensichtlich gilt $\forall i \in 1,16$:

$K_i = K'_{17-i} = K^*'_{17-i} = K^*_i$,

und

$K_{17} = 0_{32} \; K^*_{18} = K^*'_{17}$,
$K_{18} = 0_{32} \; K^*_{17} = K^*'_{18}$.

Sei nun $(L_0,R_0) = (L^*'_0,R^*'_0) \in V^2_{32}$ beliebig.
Dann gilt laut Definition

$(L_1,R_1) = (R_0,L_0 \oplus G(R_0,K_1)) =$
$= (R^*'_0,L^*'_0 \oplus G(R^*'_0,K^*'_1)) = (L^*'_1,R^*'_1)$.
.
.
.
$(L_7,R_7) = (R_6,L_6 \oplus G(R_6,K_7)) =$
$= (R^*'_6,L^*'_6 \oplus G(R^*'_6,K^*'_7)) = (L^*'_7,R^*'_7)$.
$(L_8,R_8) = (R_7 \; K_{17},(L_7,K_8)) \; K_{18}) =$
$= (R^*'_7 \; K^*'_{17},(L^*'_7 \oplus G(R^*'_7,K^*'_8)) \; K^*'_{18})$
$= (L^*'_8,R^*'_8)$
.
.
.
$(L_{16},R_{16}) = (L_{15} \oplus G(R_{15},K_{15}),R_{15}) =$
$= (L^*'_{15} \oplus G(R^*'_{15},K^*'_{16})R^*'_{15}) = L^*'_{16},R^*'_{16})$.

Da $(L_0,R_0) \in V^2_{32}$ beliebig gewählt wurden kann,
folgt sofort $\forall X \in V_{64}$: $D(B^*,X) = E(B,X)$
und damit die Behauptung des Satzes.

Quelle : BStU / Deutschland

Definition 4: Alle semischwachen Schlüssel B ∈ V_{256},
die den Bedingungen von Satz 3 genügen, nennen wir semischwache
Schlüssel mit Palindromstruktur.

Satz 4: Es gibt genau 2^{68} semischwache Schlüssel
mit Palindromstruktur.

Beweis: Wir betrachten zunächst die Bedingung

$\forall\ i \in 1,16: K_i = K^*_{17-i}$.

Mittels der Formel für die Schlüsselgenerierung erhalten wir:

$K_1 = K^*_{16} = T^{33}K^*_1$
$K_2 = K^*_{15} = T^{33}K^*_2$
$K_3 = K^*_{14} = T^{33}K^*_3$
$K_4 = K^*_{13} = T^{33}K^*_4$
$T^{11}K_1 = K_5 = K^*_{12} = T^{22}K^*_4$
$T^{11}K_2 = K_6 = K^*_{11} = T^{22}K^*_3$
$T^{11}K_3 = K_7 = K^*_{10} = T^{22}K^*_2$
$T^{11}K_4 = K_8 = K^*_9 = T^{22}K^*_1$
$T^{22}K_1 = K_9 = K^*_8 = T^{22}K^*_4$
$T^{22}K_2 = K_{10} = K^*_7 = T^{22}K^*_3$
$T^{22}K_3 = K_{11} = K^*_6 = T^{22}K^*_2$
$T^{22}K_4 = K_{12} = K^*_5 = T^{22}K^*_1$
$T^{33}K_4 = K_{13} = K^*_4$
$T^{33}K_3 = K_{14} = K^*_3$
$T^{33}K_2 = K_{15} = K^*_2$
$T^{33}K_1 = K_{16} = K^*_1$.

Diese Gleichungen fassen wir wie folgt zusammen:

a) $K_1 = T^{33}K^*_1 \wedge T^{33}K_1 = K^*_1$,
b) $K_2 = T^{33}K^*_2 \wedge T^{33}K_2 = K^*_2$,
c) $K_3 = T^{33}K^*_3 \wedge T^{33}K_3 = K^*_3$,
d) $K_4 = T^{33}K^*_4 \wedge T^{33}K_4 = K^*_4$,
e) $T^{11}K_1 = T^{22}K^*_4 \wedge T^{22}K_1 = T^{11}K^*_4$,
f) $T^{11}K_2 = T^{22}K^*_3 \wedge T^{22}K_2 = T^{11}K^*_3$,
g) $T^{11}K_3 = T^{22}K^*_2 \wedge T^{22}K_3 = T^{11}K^*_2$,
h) $T^{11}K_4 = T^{22}K^*_1 \wedge T^{22}K_4 = T^{11}K^*_1$.

Vermittels a) und e) erhalten wir

$$\left.\begin{array}{l} K^*_1 = T^{-33}K_1 \\ K^*_1 = T^{33}K_1 \\ K^*_4 = T^{-11}K_1 \\ K^*_4 = T^{-11}K_1 \end{array}\right\} K_1 = T^{22}K_1 = T^{66}K_1$$

Unter Beachtung von $T^{66} = T^{18}$ erfolgt
$K_1 = T^{18}K_1 = T^{22}K_1$.

Auf analoge Art und Weise erhält man:

$\forall i \in 1,4: K_i = T^{18}K_i = T^{22}K_i$ (2)
und $K^*_i = T^{18}K^*_i = T^{22}K_i$.

Durch Vergleich der entsprechenden Schlüsselbits erhält man,
daß (2) nur genau für die vier Vektoren

Quelle : BStU / Deutschland

$0_{48} = (0,...,0) \in V_{48}$,
$01_{48} = (0,1,0,1,...,0,1,0,1) \in V_{48}$
$10_{48} = (1,0,1,0,...,1,0,1,0) \in V_{48}$
$1_{48} = (1,...,1) \in V_{48}$

erfüllt ist, d. h.

$\forall i \in 1,4$: $K_i = 0_{48} \vee K_i = 10_{48} \vee K_i = 10_{48} \vee K_i = 1_{48}$,
$K^*_i = 0_{48} \vee K^*_i = 10_{48} \vee K^*_i = 10_{48} \vee K^*_i = 1_{48}$.

Aus a), d) und h) erhält man weiter

$K_1 = T^{33}K^*_1 = T^{22}K_4 = T^7K^*_4$.

Analog

$K_2 = T^{33}K^*_2 = T^{22}K_3 = T^7K^*_3$.

Daraus erhalten wir für die Wahl von K_1, K^*_1, K_4, K^*_4
lediglich folgende vier Möglichkeiten:

K_1	K^*_1	K_4	K^*_4
0_{48}	0_{48}	0_{48}	0_{48}
01_{48}	10_{48}	01_{48}	10_{48}
10_{48}	01_{48}	10_{48}	01_{48}
1_{48}	1_{48}	1_{48}	1_{48}

Eine analoge Tabelle erhält man für die Wahl von K_2, K^*_2, K_3, K^*_4.
Damit gibt es genau $16=2^4$ Möglichkeiten für die Wahl von

K_i, K^*_i, $i \in 1,4$.

Wählt am nun $(K_{17}\ K_{18}) \in V^2_{32}$ beliebig,
aber fest, dann erhält man vermittels

$K^*_{18} = 0_{32} \ K_{17}$ und $K^*_{17} = 0_{32} \ K_{18}$

sofort die Werte für K^*_{17} und K^*_{18}.

Damit gibt es also genau $2^2 \cdot 2^{32} \cdot 2^{32} \cdot = 2^{68}$
verschiedene Möglichkeiten für semischwache Schlüssel mit
Palindromstruktur.

<u>Frage:</u> Gibt es auch semischwache Schlüssel komplizierter Struktur?